

2.3.PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESU FUNKCJI

Wykres funkcji $y = f(x + a), a > 0$ otrzymujemy , przesuwając wykres funkcji $y = f(x)$ o a jednostek w lewo wzdłuż osi OX., czyli o wektor $[-a, 0]$

Wykres funkcji $y = f(x - a), a > 0$ otrzymujemy , przesuwając wykres funkcji $y = f(x)$ o a jednostek w prawo wzdłuż osi OX., czyli o wektor $[a, 0]$

Wykres funkcji $y = f(x) + b, b > 0$ otrzymujemy , przesuwając wykres funkcji $y = f(x)$ o b jednostek w górę wzdłuż osi OY., czyli o wektor $[0, b]$

Wykres funkcji $y = f(x) - b, b > 0$ otrzymujemy , przesuwając wykres funkcji $y = f(x)$ o b jednostek w dół wzdłuż osi OY., czyli o wektor $[0, -b]$

Przesunięcie wykresu funkcji o wektor

Wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ otrzymujemy przesuwając wykres funkcji $y = f(x)$ o wektor $[p, q]$.

$$y = f(x) \xrightarrow{[p, q]} y = f(x - p) + q$$

Przykład 2.3.1. Jakie przekształcenia należy wykonać , aby z wykresu funkcji $y = f(x)$, otrzymać wykres funkcji:

- $y = f(x) + 4$
- $y = f(x - 3)$
- $y = f(x + 2) - 4$

Rozwiązanie	Komentarz
a) $y = f(x) + 4$ Odp. Przesunięcie o wektor $[0, 4]$	Przesunięcie o 4 jednostki w górę wzdłuż osi OY.
b) $y = f(x - 3)$ Odp. Przesunięcie o wektor $[3, 0]$	Przesunięcie o 3 jednostki w prawo wzdłuż osi OX.
c) $y = f(x + 2) - 4$ Odp. Przesunięcie o wektor $[-2, -4]$	Przesunięcie o 2 jednostki w lewo wzdłuż osi OX i 4 jednostki w dół wzdłuż osi OY.

Przykład 2.3.2. Wykonując odpowiednie przekształcenie naszkicuj wykres funkcji

$$y = (x-1)^2 - 2$$

Rozwiązanie						Komentarz
$y = x^2 \xrightarrow{[1,-2]} y = (x-1)^2 - 2$						Aby otrzymać wykres funkcji $y = (x-1)^2 - 2$, musimy wykres funkcji $y = x^2$ przesunąć o wektor $[1,-2]$
x	-2	-1	0	1	2	Przy pomocy tabelki rysujemy wykres funkcji $y = x^2$.
$y = x^2$	4	1	0	1	4	
						Otrzymany wykres przesuwamy o wektor $[1,-2]$, czyli o 1 jednostki w prawo wzdłuż osi OX i 2 jednostki w dół wzdłuż osi OY. Na czerwono narysowany jest wykres funkcji po przesunięciu

Przykład 2.3.3. Wykres funkcji $y = |x|$ przesun o wektor $[-2,3]$. Napisz wzór otrzymanej funkcji.

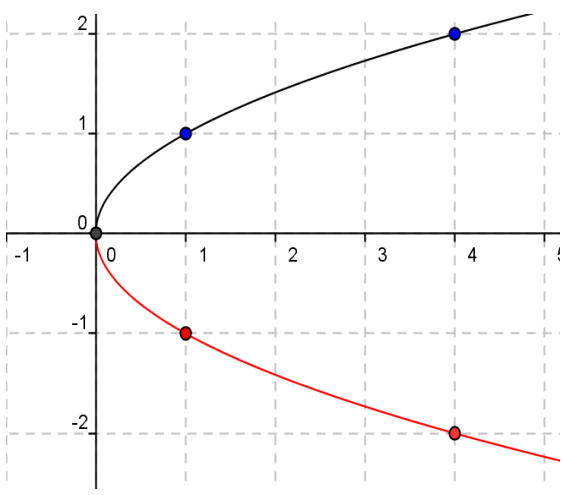
Rozwiązanie						Komentarz
x	-2	-1	0	1	2	Przy pomocy tabelki wykonujemy wykres funkcji $y = x $
$y = x $	2	1	0	1	2	
						Otrzymany wykres przesuwamy o wektor, $[-2,3]$ czyli o 2 jednostki w lewo wzdłuż osi OX i 3 jednostki w górę wzdłuż osi OY. Na czerwono narysowany jest wykres funkcji po przesunięciu
$y = x+2 + 3$						Zapisujemy wzór funkcji po przesunięciu

Symetria względem osi OX

Wykres funkcji $y = -f(x)$ otrzymujemy przekształcając wykres funkcji $y = f(x)$ przez symetrię względem osi OX.

$$y = f(x) \xrightarrow{S_{OX}} y = -f(x)$$

Przykład 2.3.4. Wykres funkcji $y = \sqrt{x}$ przekształć przez symetrię względem osi OX.
Napisz wzór otrzymanej funkcji.

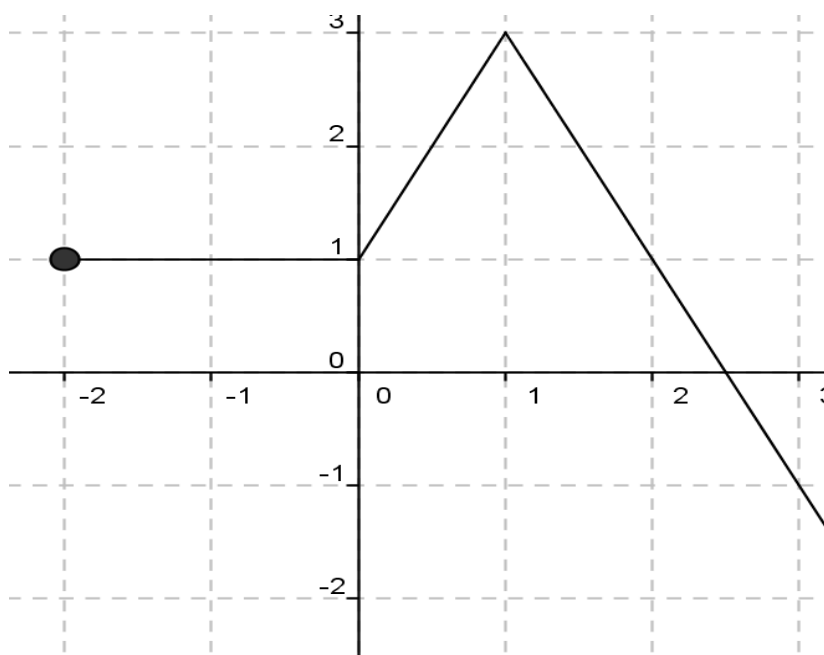
Rozwiązanie				Komentarz								
<table border="1"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>$y = \sqrt{x}$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	x	0	1	4	$y = \sqrt{x}$	0	1	2				Przy pomocy tabelki wykonujemy wykres funkcji $y = \sqrt{x}$
x	0	1	4									
$y = \sqrt{x}$	0	1	2									
				Dziedziną danej funkcji jest $x \in \langle 0, +\infty \rangle$, zatem do tabelki za x możemy podstawić liczby nieujemne.								
$y = -\sqrt{x}$				Otrzymany wykres przekształcamy przez symetrię względem osi OX.								
				Na czerwono narysowany jest wykres funkcji po przekształceniu								
				Zapisujemy wzór funkcji po przekształceniu								

Symetria względem osi OY

Wykres funkcji $y = f(-x)$ otrzymujemy przekształcając wykres funkcji $y = f(x)$ przez symetrię względem osi OY.

$$y = f(x) \xrightarrow{S_{OY}} y = f(-x)$$

Przykład 2.3.5. Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$. Wykonując odpowiednie przekształcenie wykonaj wykres funkcji $y = f(-x)$



Rozwiązanie	Komentarz
	<p>Aby z wykresu funkcji $y = f(x)$ otrzymać wykres funkcji $y = f(-x)$ należy wykres funkcji $y = f(x)$ przekształcić przez symetrię względem osi OY.</p> <p>Na czerwono narysowany jest wykres funkcji po przekształceniu</p>

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 2.3.1. Podaj jak z wykresu funkcji $y = x^3$ otrzymać wykresu funkcji:

- a) (1pkt.) $y = x^3 - 3$
- b) (1pkt.) $y = (x + 4)^3$
- c) (1pkt.) $y = (x - 1)^3 + 5$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie przekształcenia.	1

Ćwiczenie 2.3.2. Podaj wzory funkcji jakie otrzymasz przesuając wykres funkcji $y = \frac{1}{x}$

- a) (1pkt.) o 2 jednostki w lewo wzdłuż osi OX
- b) (1pkt.) o 2 jednostki w dół wzdłuż osi OY
- c) (1pkt.) o 3 jednostki w prawo wzdłuż osi OX i o 2 jednostki w górę wzdłuż osi OY

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wzoru funkcji	1

Ćwiczenie 2.3.3. (1pkt.) Miejscem zerowym funkcji $y = f(x)$ jest liczba 4.

Podaj jaka liczba jest miejscem zerowym funkcji $y = f(x - 3)$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	.Podane miejsca zerowe funkcji $y = f(x - 3)$	1